ПОСТАНОВКА И ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СТАТИКИ И УСТОЙЧИВОСТИ МОМЕНТНОГО РАВНОВЕСИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ СО СЛОЯМИ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

Булашов Д.А.

Казанский государственный технический университет

Проведенные в последние годы исследования показали, что в трех- и многослойных оболочках, находящихся в моментном докритическом напряженно-деформированном состоянии (НДС), при определенных комбинациях параметров, характеризующих отношение толщин несущих слоев к толщинам слоев заполнителя, податливость заполнителя на поперечные сдвиги и обжатие, реализуются смешанные формы потери устойчивости (ФПУ) при критических нагрузках намного меньших, чем критические нагрузки синфазных и антифазных форм выпучивания. Установлено, что для исследования таких смешанных ФПУ требуется использование уточненных уравнений устойчивости. В [1] получены уточненные уравнения геометрически нелинейного деформирования многослойных оболочек с трансверсально-мягкими заполнителями с функциями изменения толщин $\overset{(\mathrm{k})}{\mathbf{H}}$ с большими показателями изменяемости, удовлетворяющими соотношениям $\left\|\overset{(\mathrm{k})}{\mathbf{H}}\right\| \sim 1$.

В данной работе проведено упрощение выведенных в [1] соотношений для постановки и решения задач осесимметричного статического деформирования и устойчивости многослойных оболочек вращения со слоями переменной толщины. Эти упрощения основаны на том, что для оболочек вращения часть из введенных в [1] геометрических параметров обращается в нуль:

$$\overset{(k)}{\Gamma}{}^{1}_{22}=\overset{(k)}{\Gamma}{}^{1}_{12}=\overset{(k)}{\Gamma}{}^{1}_{21}=\overset{(k)}{\Gamma}{}^{2}_{22}=0;\quad \overset{(k)}{b}{}_{1}^{\ }{}_{2}=\overset{(k)}{b}{}_{2}^{\ }{}_{1}=0;\quad \partial_2 \overset{(k)}{\mathbf{H}}=0. \qquad (1)$$

Исходя из (1), составлены геометрические соотношения, позволяющие перейти от уравнений [1] в бескомпонентной форме к уравнениям, записанным относительно компонент усилий и моментов, введенных в [1].

Полученную систему уравнений для решения линейных задач статики можно представить в виде

$$T_{0\xi} + \partial_1 T_{1\xi} - f_\xi = 0; \qquad \forall \xi \in I_T$$

$$T_{0\xi} + \partial_1 T_{1\xi} + \partial_1 \partial_1 T_{2\xi} - f_\xi = 0; \qquad \forall \xi \in I_K$$

где $T_{\tau\xi} = \sum\limits_{\eta \in \mathbf{I}} \overset{0\,\eta}{D\tau\xi} V_\eta + \sum\limits_{\eta \in \mathbf{I}} \overset{1\,\eta}{D\tau\xi} \partial_1 V_\eta + \sum\limits_{\eta \in \mathbf{I}_K} \overset{2\,\eta}{D\tau\xi} \partial_1 \partial_1 V_\eta - \overline{T_{\tau\xi}};$

$\tau = \overline{0,2};$ $\xi \in \mathbf{I}$ – дифференциальный оператор, $\mathbf{I}$ – множество искомых неизвестных компонент векторов перемещений поверхностей сопряжения несущих слоев и слоев заполнителя, а также касательных напряжений в слоях заполнителя; $\mathbf{I}_T$, $\mathbf{I}_K$ – подмножества $\mathbf{I}$, такие что $\mathbf{I} = \mathbf{I}_K \cup \mathbf{I}_T;$

Количество неизвестных в составленной системе равно 5K+3, где K – количество единиц структуры многослойной оболочки – слоя заполнителя, несущего слоя, поверхности сопряжения несущего слоя со слоем заполнителя. Полученная система разрешающих уравнений представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами при заданных краевых условиях. Для ее решения используется метод конечных сумм [2, 3], в соответствии с которым исходная краевая задача сводится к системе интегро-алгебраических уравнений. Для ее редукции к системе алгебраических уравнений применяется аппроксимация интегральных операторов конечно-суммарными операторами повышенной степени точности [3].

Литература

1. Паймушин В.Н., Луканкин С.А. Нелинейная теория многослойных оболочек с жесткими несущими слоями и трансверсально-мягкими заполнителями переменной толщины // Прикладные проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. – М.: Товарищество научных изданий КМК, 1997. – С. 75–94.
2. Вахитов М.Б. Интегрирующие матрицы – аппарат численного решения дифференциальных уравнений строительной механики // Изв. вузов. Авиационная техника. – 1966. – № 3. – С. 50–61.
3. Даутов Р.З., Паймушин В.Н. О методе интегрирующих матриц решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка // Изв. вузов. Математика. – 1996. – № 10. – С. 13–25.